

Geometrische Invariantentheorie

Die Geometrische Invariantentheorie (GIT) wurde 1965 von David Mumford entwickelt. Sie beschäftigt sich mit der Frage, wann ein "vernünftiger" Quotient X/G eines Schemas nach einer Gruppenoperation existiert. Unter anderem werden die Techniken der GIT für die Konstruktion von Modulräumen benötigt.

Ziel des Oberseminars ist es, ein paar Methoden der GIT kennen zu lernen und ein grobes Modulschema zu dem Funktor

$$\mathcal{M}_g(S) = \{ \text{Isoklassen } [C \rightarrow S] \text{ von Kurven vom Geschlecht } g \}$$

für $g \geq 2$ zu konstruieren.

Vorträge

1. Vortrag **Einführungsvortrag**

2. Vortrag **Kriterien für die Existenz kategorieller und geometrischer Quotienten**

[GIT] §0.2, was nicht im Einführungsvortrag gemacht wurde + §0.3 bis Ex 0.4.;

3. Vortrag **Abgeschlossene, separierte und eigentliche Gruppenoperationen**

[GIT] §0.4. vollst., wobei Lemma + Prop 0.8. ohne Beweis;

4. Vortrag **Hilbertschema und Picardschema**

[GIT] §0.5. (b)-(d) + Fakten aus anderer Literatur, falls zeitl. möglich;

5. Vortrag **Quotienten nach reduktiven Gruppen im affinen Fall**

[GIT] §1.1. vollst. + §1.2. vollst.;

6. Vortrag **Linearisierung von Geradenbündeln**

[GIT] §1.3 bis einschl. Prop. 1.7.;

7. Vortrag **Quotienten nach reduktiven Gruppen im allgemeinen Fall**

[GIT] §1.4. bis einschl. Ampl. 1.11 + Prop 2.2. + Appendix 1B + Appendix 1F;

8. Vortrag **Prästabile Punkte in $(\mathbb{P}_n)^{m+1}$**

[GIT] §3.1. vollst.;

9. Vortrag **Stabile Punkte in $(\mathbb{P}_n)^{m+1}$**

[GIT] §3.2. vollst.;

10. Vortrag **Der grobe Modulraum zu $\mathcal{M}_g$**

[GIT] §5.2. vollst.;

11. Vortrag **Abelsche Schemata**

[GIT] §6.1 vollst. - Beweis Prop. 6.1 + 6.7 kürzen oder weglassen + §6.2 bis einschl. Prop 6.11 ohne Bew. + Prop. 6.13 ohne Bew. + Theorem 6.14 ohne Bew.;

12. Vortrag **Die Methode der Kovarianten und die Funktoren $\mathcal{A}_{g,d,n}$ und $\mathcal{H}_{g,d,n}$**

[GIT] §7.1. vollst. + §7.2 bis ausschl. Prop. 7.3.;

13. Vortrag **Das feine Modulschema zu $\mathcal{H}_{g,d,n}$ und das grobe Modulschema zu $\mathcal{A}_{g,d,n}$**

[GIT] §7.2. Rest;

14. Vortrag **Konstruktion der groben Modulschemata $\mathcal{A}_{g,d,n}$ und $\mathcal{M}_g$**

[GIT] §7.3 vollst. + §7.4. vollst.;

Literatur

- [Ha] R. Hartshorne, *Algebraic Geometry*, Springer New York, 1977
- [GIT] D. Mumford, J. Fogarty, F. Kirwan *Geometric Invariant Theory - Third Edition*, Springer Berlin Heidelberg, 1994
- [M1] D. Mumford, *Lectures on curves on an algebraic surface*, Annals of Math. Stud. 59, 1966
- [M2] D. Mumford, *Stability of projective varieties*, Enseignement Math. (2), 23(1-2), 39-110, 1977
- [S1] C.S. Seshadri, *Theory of moduli*, Proc. Symp. in Pure Math. 29 Alg. Geom. A.M.S.263 , 1975
- [S2] C.S. Seshadri, *Quotient spaces modulo reductive algebraic groups*, Annals of Math. 95 , 1972